

I) Objectifs

Enregistrer la chute libre d'un objet à l'aide d'une caméra. Prévoir, à l'aide du principe fondamental de la dynamique, la forme de la trajectoire. Comparer le résultat théorique à l'enregistrement expérimental.

Vérifier, par simulation du mouvement circulaire d'un satellite, la relation entre sa période et le rayon de sa trajectoire.

II) Mouvement de chute libre dans un champ de pesanteur uniforme**1) Enregistrement vidéo**

Si c'est possible, enregistrer avec une caméra numérique reliée à un ordinateur le mouvement d'un petit objet massif lancé dans l'air avec une vitesse initiale oblique ascendante. Sinon utiliser un document vidéo préenregistré. Dans tous les cas, demander conseil au professeur.

Documents conseillés :

Bougie.avi : distance horizontale entre 2 croix : 43,3 cm.

Para.avi : distance entre les 2 traits noirs sur la règle : 20 cm.

2) Numérisation du mouvement

- a) Lancer le logiciel *Hermès*. Dans le menu Numérisation, cliquer sur Contrôle numérisation. Appuyer sur le bouton Ouvrir... et sélectionner le fichier vidéo choisi.
- b) Visualiser le mouvement à l'aide des boutons fléchés. Repérer, à l'aide du champ Image, les numéros des première et dernière images de la chute.
- c) Pointer, à l'aide de la souris et en maintenant la touche Ctrl du clavier enfoncée, les différentes positions d'un point de l'objet au cours de sa chute. Choisir l'état de la case à cocher Tracé convenant le mieux. On peut revenir sur les positions déjà pointées à l'aide des touches fléchées haut et bas du clavier, pour les corriger avec la souris ou avec les touches fléchées du clavier (appuyer en même temps sur la touche Ctrl) ou les effacer avec la touche Suppr. On peut aussi annuler la dernière opération effectuée par la commande de menu Édition→Défaire.
- d)
 - i) À l'aide du bouton droit de la souris, tracer un trait correspondant à une longueur connue de l'image ; indiquer cette longueur dans le champ Étalon.
 - ii) Choisir l'axe des ordonnées orienté vers le haut et celui des abscisses dans le sens du mouvement. Placer l'origine des axes sur la première position numérisée de la trajectoire.
 - iii) Exporter les données (Exporter traj. 1).

3) Détermination des conditions initiales

Le tableau obtenu présente sur trois colonnes les valeurs successives du temps t , de l'abscisse x et de l'ordonnée y du mobile.

a) x_0 et y_0

Lire, dans le tableau, la valeur initiale $x_0 = x(0)$ de l'abscisse et la noter. Faire de même pour la valeur initiale y_0 de l'ordonnée.

$$x_0 = \dots$$

$$y_0 = \dots$$

b) v_x

i) Dans le menu Hermès, choisir Contrôle des calculs.

ii) Dans le sous-volet Valeurs du volet Gestion, cliquer sur Lire les valeurs. Sélectionner la première valeur numérique (0.0) du tableau. Choisir la première des trois colonnes (Colonne 1 de 3), Lire les valeurs et Ajouter les valeurs à la Nouvelle grandeur t . Ajouter de même la deuxième colonne à la grandeur x et la troisième à y . Retour.

- iii) Tracer $x(t)$: sélectionner t dans la liste des Abscisses et x dans celle des Ordonnées (volet Tracé) ; cliquer sur Tracer.

Que peut-on dire des variations de x au cours du temps ? Que penser de la vitesse horizontale v_x ?

- iv) Pour mesurer v_x , on peut modéliser la courbe $x(t)$ par une droite. Garder la fenêtre de tracé ouverte et, dans le volet Modélisation, choisir « Droite » comme modèle prédéfini.

D'après l'expression du modèle, quel paramètre représente la vitesse horizontale ?

Lire sa valeur.

$$v_x = \dots$$

- c) v_{y0}

- i) Tracer $y(t)$. Décrire le mouvement vertical du projectile.

Comment évolue la vitesse verticale v_y ?

- ii) Calculer v_y : dans le sous-volet Opération du volet Gestion, choisir l'opération de dérivation, l'abscisse t et l'ordonnée y , appeler la nouvelle grandeur v_y , et cliquer sur Ajouter l'opération.

- iii) Tracer $v_y(t)$.

La vitesse verticale évolue-t-elle comme prévu précédemment ? Comment expliquer ces variations ?

- iv) Tout en maintenant la touche Ctrl du clavier enfoncée, placer le curseur de la souris au-dessus du premier point de la courbe $v_y(t)$. Noter la valeur v_{y0} de la vitesse pour $t = 0$.

$$v_{y0} = \dots$$

- v) Comme précédemment pour $v_x(t)$, ajuster un modèle convenable à $v_y(t)$ pour améliorer la mesure de v_{y0} .

Dans ce cas-ci, que représente le coefficient directeur du modèle ?

4) Équation théorique de la trajectoire

- a) Écrire dans le cas de la chute libre la relation fondamentale de la dynamique. Donner les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a} . En déduire ses coordonnées horizontale a_x et verticale a_y .
- b) En déduire les composantes horizontale $v_x(t)$ et verticale $v_y(t)$ du vecteur vitesse \vec{v} . Préciser les valeurs des constantes.
- c) Déterminer les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$. Préciser les valeurs des constantes.
- d) Éliminer le temps t entre $x(t)$ et $y(t)$ afin d'obtenir l'équation $y(x)$ de la trajectoire. Montrer que l'expression :

$$y(x) = -\frac{g}{2v_x^2}(x - x_0)^2 + \frac{v_{y0}}{v_x}(x - x_0) + y_0$$

convient.

5) Modélisation de la trajectoire

- a) Tracer la courbe expérimentale $y(x)$ et ouvrir le volet Modélisation.
- b) Vérifier que la case Automatique n'est pas cochée, puis, dans les champs Modèle, écrire l'expression de la trajectoire sous la forme :

$$f(x) = -g/(2*v_x^2)*(x-x_0)^2 + v_{y0}/v_x*(x-x_0) + y_0$$

Cliquer ensuite sur le bouton Valider.

- c) Dans le champ Paramètres, pour chaque constante de l'équation, cliquer sur son nom, entrer sa valeur au clavier et valider.

- d) Comparer le modèle théorique à la courbe expérimentale.
Quel est l'écart moyen entre la courbe et son modèle ? Quel est l'écart relatif ?
 Si possible, ajouter les unités correctes aux axes et imprimer le tracé.
Conclure.

III) Modélisation du mouvement d'un satellite

1) Étude théorique

- a) Rappeler les caractéristiques du vecteur accélération lors d'un mouvement circulaire uniforme, ainsi que l'expression de la force de gravitation s'exerçant sur un satellite de masse m situé à la distance r du centre de la Terre. En déduire la vitesse v d'un satellite de la Terre en orbite circulaire de rayon r .
- b) Donner l'expression de la période T du satellite. Comment varie cette période en fonction du rayon ?

2) Simulation

Dans le menu Kine, cliquer sur Nouveau satellite, puis sur Contrôle satellite.

- a) Dans le volet Param., fixer la durée d'un pas à 0,01 s. Dans le menu Initial, fixer le Rayon initial à $2 \cdot 10^7$ m (2E7 m) et la Vitesse initiale à 4465 m/s. Cocher la case Trace.
- b) Cliquer sur les boutons Initialisation, puis Départ. *Quelle est la forme de la trajectoire ?* Vérifier en regardant, sur le panneau Valeurs 1 l'évolution du Rayon de la trajectoire au cours du temps.
- c) Arrêter le mouvement au bout d'un tour (bouton Arrêt). Ajuster la position du satellite à exactement 1 tour (dans la mesure du possible) à l'aide des boutons fléchés, en surveillant la valeur Angle sur le panneau Valeurs 1. Noter le Temps écoulé pendant une période du satellite.
- d) Recommencer l'opération pour les rayons r égaux à $3 \cdot 10^7$ m, $4 \cdot 10^7$ m, $5 \cdot 10^7$ m et $6 \cdot 10^7$ m. À chaque fois, déterminer par essais et erreurs la vitesse de satellisation circulaire et noter la période T correspondante.
- e) Remplir le tableau suivant et conclure.

r (m)	T (s)	r^3 (m ³)	T^2 (s ²)	$\frac{r^3}{T^2}$ (m ³ ·s ⁻²)
$2 \cdot 10^7$				
$3 \cdot 10^7$				
$4 \cdot 10^7$				
$5 \cdot 10^7$				
$6 \cdot 10^7$				