

I) Objectifs

Enregistrer la chute verticale de différents objets dans l'air ou dans un liquide à l'aide d'une caméra. Traiter l'enregistrement à l'aide d'un logiciel de traitement d'images et l'exploiter à l'aide d'un tableur.

II) Questions préalables

- 1) Quel est le mouvement d'un solide en chute dans l'air ou dans un liquide sans vitesse initiale ?
- 2) Quelle peut être l'allure de la courbe $v = f(t)$? Argumenter en terme de forces pour en justifier la forme.
- 3) Faire le bilan des forces extérieures et appliquer au solide le principe fondamental de la dynamique.

III) Enregistrement vidéo du mouvement

Si c'est possible, enregistrer avec une caméra numérique reliée à un ordinateur le mouvement d'un objet tombant dans un tube rempli d'eau. Sinon utiliser un document vidéo préenregistré. Dans tous les cas, demander conseil au professeur.

Documents conseillés :

bouchon eau 5 plombs(20images).avi : $masse = 24,6 \text{ g}$; $volume = 13 \text{ mL}$.

bouchon eau 3 plombs(20images).avi : $masse = 16,7 \text{ g}$; $volume = 16 \text{ mL}$ (1 image sur 2).

Dans les deux cas, la distance entre les bas des deux papiers collés sur le tube vaut 50 cm et la fréquence de prise de vue est de 20 images par seconde.

IV) Numérisation du mouvement

- 1) Lancer le logiciel *Hermès* et suivre les indications du document **Mesure d'une vitesse de chute à l'aide d'un logiciel de pointage**, jusqu'à obtenir la courbe représentative de la vitesse v en fonction du temps t , $v = f(t)$.
- 2) Dans la fenêtre de **Contrôle des calculs**, volet **Tracé**, sélectionner v comme abscisse et aussi comme ordonnée. Vérifier que le **Mode du tracé** est **Discret**. Cliquer sur **Voir les points**. Choisir **Virgule** comme marque décimale et appuyer sur **Écrire données**.
- 3) Sélectionner toutes les valeurs numériques et les copier dans le presse-papiers (**Édition** → **Copier**).

V) Modélisation par la méthode d'Euler

- 1) Ouvrir le fichier *Euler.sxc*. **Par la suite, penser à ne jamais enregistrer les modifications de ce fichier.**
- 2) Entrer la fréquence des images dans la case B11 du tableau.
- 3) Sélectionner la case D2 et coller le contenu du presse-papiers (**Édition**→**Coller**). Le graphique affiche la courbe expérimentale $v = f(t)$.
- 4) On pose l'hypothèse d'une force de frottement f opposée et proportionnelle à la vitesse v .
 - a) Montrer que la vitesse v satisfait à une équation différentielle de la forme : $\frac{dv}{dt} = A - Bv$.
 - b) Calculer A à partir des données expérimentales. Reporter sa valeur dans la case B7.
 - c) Montrer que l'estimation de la vitesse limite v_{limite} (case B8), permet de calculer B (case B9).
 - d) Pour résoudre numériquement l'équation différentielle, on utilise la méthode d'Euler qui permet de calculer, pas à pas, les valeurs de $v(t)$ et de $a(t) = \frac{dv}{dt}$ à intervalles de temps réguliers $\Delta t (= \frac{1}{F})$.
 - i) Exprimer $a(t)$ à partir de l'équation différentielle. En déduire $a_n = a(n\Delta t)$:
 $a_n = \dots$

- ii) Si Δt est petit, on peut écrire : $v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t$. Soit, en posant $v_n = v(n\Delta t) : v_{n+1} = v_n + a_n \cdot \Delta t$.
 - iii) La connaissance des conditions initiales (v_0), permet de calculer a_0 et v_1 , puis a_1 et v_2 , puis a_2 et v_3 , et ainsi de suite. La méthode est d'autant précise que le pas Δt est petit.
 - e) À partir de la valeur v_0 (case F2), calculer a_0 et v_1 et porter leurs valeurs respectivement dans E3 et F3, puis a_1 et v_2 (E4 et F4) à partir de v_1 .
 - f) En déduire les formules générales donnant a_n et v_{n+1} , porter ces formules dans le reste des cases des colonnes $a1_{\text{calc}}$ et $v1_{\text{calc}}$ et observer la courbe $V1_{\text{calc}}$ (colonne F) qui se trace.
 - g) Conclure.
- 5) On pose l'hypothèse d'une force de frottement f opposée à la vitesse v et proportionnelle à son carré.
- a) Montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la vitesse est de la forme : $\frac{dv}{dt} = A - Cv^2$.
 - b) Comment calculer A et C ?
 - c) En déduire les expressions de a_n et v_{n+1} .
 - d) Utiliser le tableur pour calculer successivement les différentes valeurs de $a2_{\text{calc}}$ et $v2_{\text{calc}}$. Observer la courbe $V2_{\text{calc}}$ (colonne H) qui se trace.
 - e) Conclure.