

I) Comment évolue une population au cours du temps ?

Peut-on trouver une simulation pour modéliser l'évolution dans le temps d'une population donnée N_0 de noyaux radioactifs à partir d'une date $t = 0$?

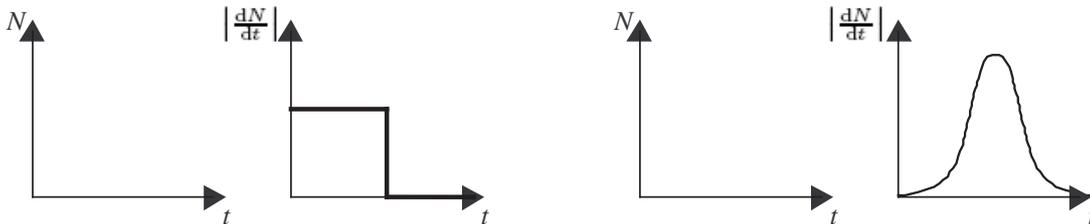
On considère un échantillon de population humaine dont les âges sont supposés répartis uniformément, et dans laquelle il n'y a aucune naissance.

1) Comment évolue le nombre d'individus

a) si une épidémie mortelle sévit ?

b) s'il n'y a pas d'épidémie, les individus mourant à un âge donné ?

Attribuer, à chaque cas, le graphe $|\frac{dN}{dt}| = f(t)$, $|\frac{dN}{dt}|$ représentant le nombre d'individus disparaissant par unité de temps et en déduire, en fonction du temps, la représentation $N(t)$ du nombre d'individus restant.



2) Un tyran fou décide de la mort des individus en jouant aux dés : à intervalles de temps réguliers, il lance autant de dés que d'individus restants : chaque fois que le dé tombe sur 6, l'individu est éliminé.

On peut ainsi parler de « mort aléatoire sans vieillissement ».

Pour modéliser cette situation il faut lancer au départ $N_0 = 200$ dés, retirer tous les dés qui sont tombés en montrant la face 6, noter le nombre de dés restant à la date $t = \Delta t$ et recommencer jusqu'à ce qu'il ne reste plus aucun dé : c'est un tirage sans remise.

On obtient, par exemple, les résultats suivants à compléter :

Numéro du lancé de dés	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de dés éliminés	20	33	20	20	13	15	18	7	8	5	7	2
Nombre de dés restants												
Numéro du lancé de dés	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Nombre de dés éliminés	5	6	3	2	3	4	3	2	1	1	1	1
Nombre de dés restants												

a) À l'aide du logiciel Hermès, tracer la courbe $N = f(t)$ traduisant l'évolution de la population dans le temps.

b) Si on double le nombre de dés, comment varie le nombre de résultats positifs (obtention de la face 6) ?

c) Tracer la courbe $|\frac{dN}{dt}| = g(N)$.

d) Quelle fonction mathématique rend compte de cette « mort aléatoire sans vieillissement » ?

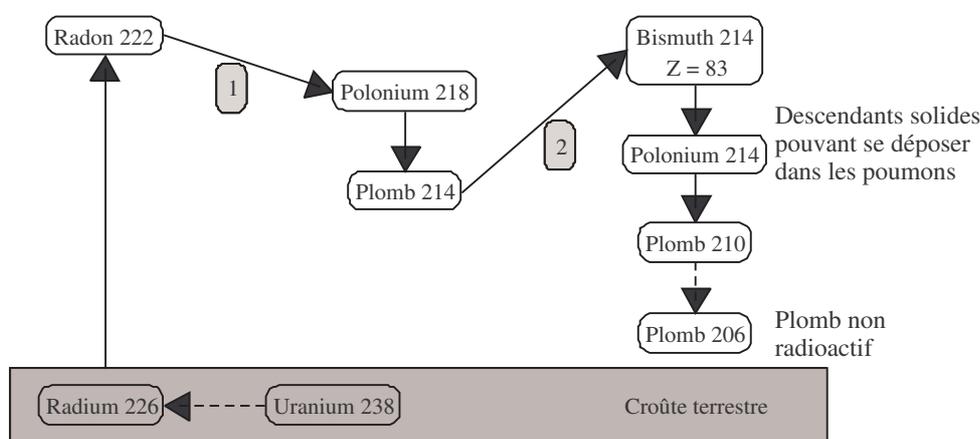
e) Ouvrir dans Hermès la commande de menu Radac → Décroissance et commenter les résultats de la simulation.

II) Courbe de décroissance radioactive du radon 222

Issu de la désintégration de l'uranium et du radium présents dans la croûte terrestre, le radon est la principale source externe d'exposition de l'homme à la radioactivité naturelle.

De numéro atomique $Z = 86$, le radon est un gaz rare, inerte, incolore et inodore. Il possède trois principaux isotopes : le radon 219, le radon 220 et le radon 222.

La radon 222 et ses produits de filiation peuvent être absorbés par l'organisme de deux façons : par voie digestive (en buvant de l'eau) ou par voie respiratoire.



- 1) Quels sont, parmi les descendants solides du radon 222, ceux qui subissent une désintégration de type β ?
- 2) Pourquoi ces noyaux sont-ils dangereux lorsqu'ils sont inhalés ?
- 3) Écrire les réactions 1 et 2.

L'IRSN (Institut de Radio-Protection et de Sûreté Nucléaire) développe une campagne nationale de mesure de l'exposition domestique au radon 222. En France, on observe une grande variabilité des taux mesurés : en moyenne de $22 \text{ Bq}\cdot\text{m}^{-3}$ à Paris, à $264 \text{ Bq}\cdot\text{m}^{-3}$ en Lozère (moyenne territoriale de $66 \text{ Bq}\cdot\text{m}^{-3}$). La norme européenne à ne pas dépasser a été fixée à $400 \text{ Bq}\cdot\text{m}^{-3}$. Pour diminuer les concentrations de radon dans les habitations, une première solution consiste à les aérer et les ventiler.

Étude d'une série de mesures

Pour mesurer la teneur en radon dans les gaz du sol, on prélève des échantillons de gaz du sol par aspiration à l'aide d'une canne de prélèvement reliée à une fiole scintillante. La fiole scintillante est tapissée de sulfure de zinc dopé à l'argent et associée à chaque particule α émise par le radon une scintillation décomptée par un photomultiplicateur.

Le prélèvement a été effectué, dans une fiole de 120 cm^3 , le 15 Avril 2002 à 16 h 35 dans une commune de Savoie. Pour déterminer le nombre moyen m de scintillations par minute, on a procédé à une série de 10 mesures consécutives du nombre de scintillations N_d détectées par le compteur sur des durées $\Delta t = 60 \text{ s}$ espacées chacune de 2 s.

- 1) Calculer la moyenne m ($= \overline{\left(\frac{N_d}{\Delta t}\right)}$) et l'écart-type σ pour la première série de mesures (voir tableaux 1) et reporter les valeurs dans le second tableau.
- 2) À l'aide d'Hermès, tracer la courbe $m = f(t)$. Reporter sur cette courbe les écarts-types comme barres d'erreur.
- 3) Compte-tenu des écarts-types, l'évolution temporelle de $m = \overline{\left(\frac{N_d}{\Delta t}\right)}$ correspond-elle à l'une des situations modélisées précédemment ? Laquelle ?
- 4) Comment, à l'aide d'Hermès, montrer que $m = Ke^{-\lambda t}$?
- 5) Le résultat précédent permet-il de valider l'hypothèse d'une évolution exponentielle décroissante de la population moyenne N d'atomes de radon 222 ? Quelle en est la constante de temps τ ?
- 6) Déterminer la demi-vie $t_{1/2}$ du radon 222.

Première série de mesures N_d sur 1 min
85
88
72
45
78
55
75
68
78
56

Jour	Heure de début des mesures	Nombre de jours écoulés	$m =$ $\left(\frac{N_d}{\Delta t}\right)$ (min^{-1})	Écart- type σ (min^{-1})
15/04/02	16:35	0,00		
15/04/02	17:40	0,05	67	8
15/04/02	18:50	0,09	67	6
15/04/02	20:25	0,16	65	7
15/04/02	22:40	0,25	61	7
16/04/02	07:10	0,61	56	4
16/04/02	13:15	0,86	54	8
16/04/02	18:25	1,08	57	8
17/04/02	01:00	1,35	46	8
17/04/02	08:50	1,68	50	6
17/04/02	13:45	1,88	37	4
17/04/02	19:00	2,10	37	4
17/04/02	22:45	2,26	39	6
18/04/02	09:15	2,69	27	4
18/04/02	23:55	3,31	24	6
20/04/02	08:45	4,67	18	4
20/04/02	22:35	5,25	17	6
21/04/02	09:30	5,70	15	4
22/04/02	10:10	6,73	12	3
23/04/02	09:50	7,72	10	4
24/04/02	09:55	8,72	8	3

TAB. 1 – Série de mesures (^{222}Rn)